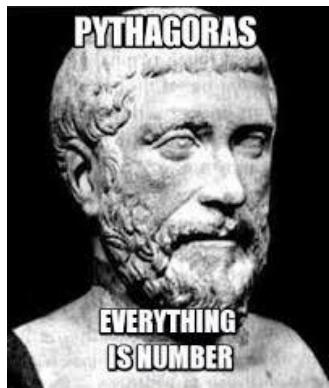
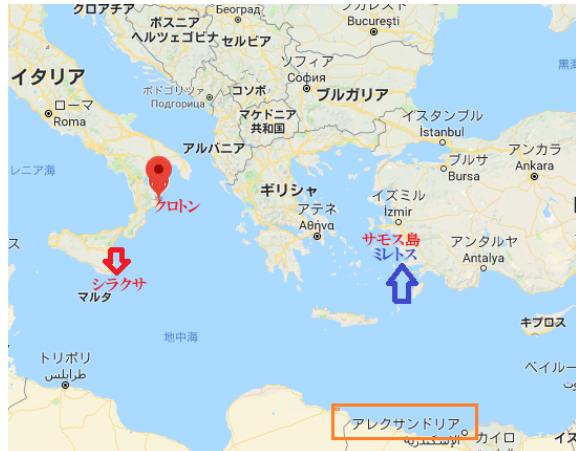


2.2 ピタゴラス; 万物は数なり

2.2.1 ピタゴラス教団の数学力



BC.582--BC.496



ピタゴラス（BC.582 年 - BC.496 年）は、サモス島出身で、BC.530 年頃クロトンへ移り、宗教、政治、哲学を目指す教団を創設した。ピタゴラス教という宗教団体と言ってもいいような数学研究集団のリーダーであったとされている。



日の出を祝う

教団の数学的成果としては、

- 無理数の発見、三平方の定理、正五角形の作図

等である。

定理 2.3.

$\sqrt{2}$ は無理数である。

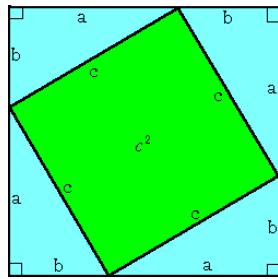
定理 2.4. [三平方の定理]:

$\triangle ABC$ において、次は同値：

$$(\sharp_1) \angle C = 90^\circ$$

$$(\sharp_2) BC^2 + CA^2 = AB^2$$

証明は図から明らか。



すなわち、

$$4 \times \frac{ab}{2} + c^2 = (a+b)^2$$

より、 $a^2 + b^2 = c^2$.

////

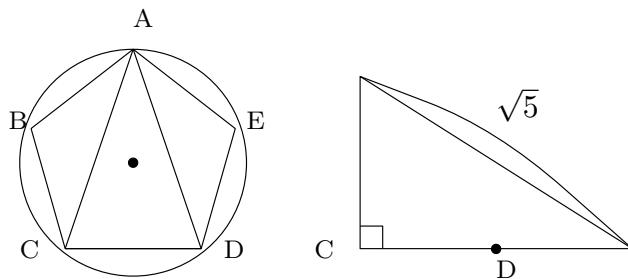
らしいが、この証明には検討の余地あり（面積という難しい概念を使っている）だが、これについては5.2.2節（ユークリッドの原論）で述べる。

作図 2.5. 正五角形の作図

解答 下図(左)の正五角形において、 $AB = BC = CD = DE = EA = 1$ とすると、

$$AC = AD = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

だから、 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ を作図すればよい。三平方の定理より、 $\sqrt{5}(= \sqrt{1^2 + 2^2})$ を右下のように作図できるので、 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ も容易に作図できる。



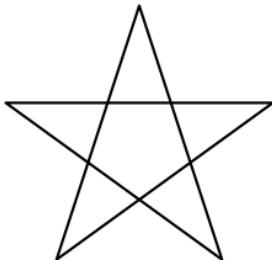
////

♠ **注釈 2.3.** 数学の教職を目指す学生にとっては、「 $\sqrt{2}$ が無理数」と三平方の定理の証明は必須である。特に、三平方の定理の証明は複数個（三つぐらい）を知っておくべきである。数学系の大学院生でも、正五角形の作図を知らないこともあるので、解答を補足したが、余計な事だったかもしれない。

♠ **注釈 2.4.** 「無理数の発見」と「三平方の定理」は数学史上最大級の成果。次の逸話がほぼ事実ならば、ピタゴラスの数学力は信頼できる。

(#1) ピタゴラスは、無理数を発見した弟子を殺害し、無理数の存在を隠してしまった。

(#2) ピタゴラスは、三平方の定理を発見したときに、それを祝い、牡牛の生け贋をささげた
この二つの定理は、発見当初から近代（デカルト＝ライプニッツの時代）まで約 2000 年間、本質的な意味では一度も使われていない定理にもかかわらず、ピタゴラス教団内でその重要性が認識されていたわけで、教団の数学力の高いポテンシャルを示唆している。もし著者が当時のピタゴラス教団の一員だったとしても、これらの定理が (#1) とか (#2) に値するような重要な発見であることを理解しなかったと思う。



ピタゴラス教団の
シンボルマーク
五芒星 Pentagram

♣ **補足 2.1.** 量子言語の立場から言うと、記述力を増大させるように言語を改変することはいつも推奨される。有理数だから構成される数学では、「辺長 1 の正方形の対角線の長さ」というフレーズが「語り得ぬもの」になってしまう。ここで、

- 語り得ぬものについては沈黙しなければならない（*ウィトゲンシュタイン*：第九章）
と達観するか、それとも記述力を増大させるように言語を改変するか、は case by case である。しかし、数学はいつも後者を選んで進歩した。本書全体で議論することであるが、語り得ぬもの（e.g., 神、我、自己言及的命題）を語ろうとする挑戦が、哲学の混迷（と、稀には発展）をもたらした。

2.2.2 万物の根源は、数である (Everything is number)

ピタゴラス教団の教典は「万物の根源は、数」である。今でも、数学など専攻していると、「数学命」と思い込む学生もいるわけで、ピタゴラス教団の信者も同じような心理状態だったのかもしれない。

さて、次を「ピタゴラス主義」と名付けて話を進める。

(A):ピタゴラス主義

万物の根源は、数である。すなわち、

世界を数学で記述せよ。

(注) ピタゴラスから約2000年後に、ガリレオは同様なこと

「宇宙は数学という言語で書かれている」

と発言している。

「万物の根源は、○○である」という断言は当時の流行である。その根源には、多くの場合、火とか水とか、あるいはそれらの組み合わせとか、要するに可視的で実証的な物質が置かれるのが常であったが、ピタゴラスはその根源に、実在的な「物」ではなくて、可視的でない原理としての「数」をおいた。

もちろん、ピタゴラス主義(A)は、現代的にも正しい。しかし、純正ピタゴラス主義

- 数学がわかれば、世界がわかる

は、正しくない。すなわち、世界を、「数学だけ」で（すなわち、数式の羅列だけで）語ることはできない。数学だけで語ったとしたら、それは数学にしか成りえないわけで、厳密に言えば数学は世界記述法には決して成りえない。「数学がわかれば、世界がわかる」ならば、物理学など不要になってしまう。

したがって、ピタゴラス主義は正しいとしても、次が「(科学的)世界記述の最重要問題」になる。

問題 2.6. 「(科学的)世界記述の問題」とは、

- ピタゴラス主義は当然のこと、世界を「数学 + α (アルファ)」で語るとして、この「 α 」は何か？

である。

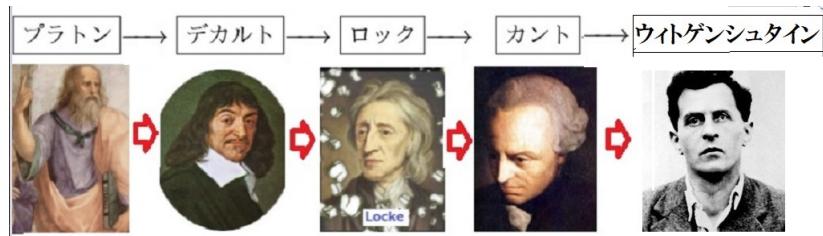
世界記述の肝は α (アルファ) のこと

である。

この問題については順次に説明することであるが、「 α 」を今ここで言うと、「運動」、「因果関係」、「確率」、「測定」等である。1.1.1節で述べたように、量子言語の立場では、「測定(言語

ルール 1)」と「因果関係(言語ルール 2)」という呪文である。

ただし、本講では、西洋哲学の本流として、



を考えるが、これらが全く数学と関係しなかったことは不可解というしかない。ピタゴラス主義は西洋哲学の本流の中では全く根付かなかった。

しかし、本書の主張は、

西洋哲学の本流は最期に、量子言語としてピタゴラス主義に回帰する

である (cf. 文献 [KOARA 2018; コペン])。